Testes de hipóteses

1. Sobre o valor esperado, μ, de uma população Normal, com σ conhecido:
   Hipótese nula: H_0: $\mu = \mu_0$, sendo μ_0 o valor em teste
   Estatística de Teste: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n} \underset{H_0}{\cap} N(0,1)$

Tabela 1

Hipótese alternativa	Região de Rejeição	*p-value*
H_1: $\mu > \mu_0$	$[z_{1-\alpha}, +\infty)$	$P(Z \geq z_0)$
H_1: $\mu < \mu_0$	$(-\infty, -z_{1-\alpha}]$	$P(Z \leq z_0)$
H_1: $\mu \neq \mu_0$	$(-\infty, -z_{1-\alpha/2}] \cup [z_{1-\alpha/2}, +\infty)$	$2 \times P(Z \geq \lvert z_0 \rvert)$

2. Sobre o valor esperado, μ, de uma população Normal, com σ desconhecido:
   Hipótese nula: H_0: $\mu = \mu_0$, sendo μ_0 o valor em teste
   Estatística de Teste: $T = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{S}\sqrt{n} \underset{H_0}{\cap} t_{(n-1)}$

Tabela 2

Hipótese alternativa	Região de Rejeição	*p-value*
H_1: $\mu > \mu_0$	$[t_{n-1;1-\alpha}, +\infty)$	$P(T \geq t_0)$
H_1: $\mu < \mu_0$	$(-\infty, -t_{n-1;1-\alpha}]$	$P(T \leq t_0)$
H_1: $\mu \neq \mu_0$	$(-\infty, -t_{n-1;1-\alpha/2}] \cup [t_{n-1;1-\alpha/2}, +\infty)$	$2 \times P(T \geq \lvert t_0 \rvert)$

3. Sobre o valor esperado, μ, de uma população não Normal, com σ conhecido e sendo n "grande":
   Hipótese nula: H_0: $\mu = \mu_0$, sendo μ_0 o valor em teste
   Estatística de Teste: $Z = \dfrac{\overline{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n} \underset{H_0}{\overset{a}{\cap}} N(0,1)$
   Decisão como na **Tabela 1**.

4. Sobre a variância, σ^2, de uma população Normal, com μ conhecido:
   Hipótese nula: H_0: $\sigma^2 = \sigma_0^2$, sendo σ_0^2 o valor em teste
   Estatística de Teste: $X^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2}{\sigma_0^2} \underset{H_0}{\cap} \chi^2_{(n)}$

Tabela 4

Hipótese alternativa	Região de Rejeição	*p-value*
H_1: $\sigma^2 > \sigma_0^2$	$[\chi^2_{n;1-\alpha}, +\infty)$	$P(T \geq t_0)$
H_1: $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$[0, \chi^2_{n;\alpha}]$	$P(T \leq t_0)$
H_1: $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$[0, \chi^2_{n;\alpha/2}] \cup [\chi^2_{n;1-\alpha/2}, +\infty)$	$2 \times \min\{P(X^2 \leq x^2_0), P(X^2 \geq x^2_0)\}$

5. Sobre a variância, σ^2, de uma população Normal, com μ desconhecido:
   Hipótese nula: H_0: $\sigma^2 = \sigma^2_0$, sendo σ^2_0 o valor em teste
   Estatística de Teste: $X^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \underset{H_0}{\cap} \chi^2_{(n-1)}$

Tabela 5

Hipótese alternativa	Região de Rejeição	*p-value*
H_1: $\sigma^2 > \sigma_0^2$	$[\chi^2_{n-1;1-\alpha}, +\infty)$	$P(T \geq t_0)$
H_1: $\sigma^2 < \sigma_0^2$	$[0, \chi^2_{n-1;\alpha}]$	$P(T \leq t_0)$
H_1: $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$[0, \chi^2_{n-1;\alpha/2}] \cup [\chi^2_{n-1;1-\alpha/2}, +\infty)$	$2 \times \min\{P(X^2 \leq x^2_0), P(X^2 \geq x^2_0)\}$

6. Sobre a diferença de valores esperados, $\mu_1 - \mu_2$, de populações Normais independentes, com σ_1 e σ_2 conhecidos:
   Hipótese nula: H_0: $\mu_1 - \mu_2 = d_0$, sendo d_0 o valor em teste
   Estatística de Teste: $Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - d_0}{\sqrt{\sigma_1^2/n_1 + \sigma_2^2/n_2}} \underset{H_0}{\cap} N(0,1)$

Tabela 6

Hipótese alternativa	Região de Rejeição	*p-value*
H_1: $\mu_1 - \mu_2 > d_0$	$[z_{1-\alpha}, +\infty)$	$P(Z \geq z_0)$
H_1: $\mu_1 - \mu_2 < d_0$	$(-\infty, -z_{1-\alpha}]$	$P(Z \leq z_0)$
H_1: $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$(-\infty, -z_{1-\alpha/2}] \cup [z_{1-\alpha/2}, +\infty)$	$2 \times P(Z \geq \lvert z_0 \rvert)$

7. Sobre a diferença de valores esperados, $\mu_1 - \mu_2$, de populações Normais independentes, homocedásticas, com σ desconhecido:
   Hipótese nula: H_0: $\mu_1 - \mu_2 = d_0$, sendo d_0 o valor em teste
   Estatística de Teste: $Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - d_0}{\sqrt{S_P^2(1/n_1 + 1/n_2)}} \underset{H_0}{\cap} t_{(n_1+n_2-2)}$

   onde $S_P^2 = \dfrac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$ (*pooled variance*)

Tabela 7

Hipótese alternativa	Região de Rejeição	*p-value*
H_1: $\mu_1 - \mu_2 > d_0$	$[t_{n_1+n_2-2;1-\alpha}, +\infty)$	$P(T \geq t_0)$
H_1: $\mu_1 - \mu_2 < d_0$	$(-\infty, -t_{n_1+n_2-2;1-\alpha}]$	$P(T \leq t_0)$
H_1: $\mu_1 - \mu_2 \neq d_0$	$(-\infty, t_{n_1+n_2-2;1-\alpha/2}] \cup [t_{n_1+n_2-2;1-\alpha/2}, +\infty)$	$2 \times P(T \geq \lvert t_0 \rvert)$

8. Sobre a diferença de valores esperados, $\mu_1 - \mu_2$, de populações independentes não Normais, com σ_1 e σ_2 desconhecidos, sendo n_1 *e* n_2 "grandes":
   Hipótese nula: H_0: $\mu_1 - \mu_2 = d_0$, sendo d_0 o valor em teste
   Estatística de Teste: $Z = \dfrac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - d_0}{\sqrt{S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2}} \overset{a}{\underset{H_0}{\cap}} N(0,1)$
   Decisão como na **Tabela 8**.

9. Sobre a razão de variâncias, σ_1^2/σ_2^2, de populações Normais independentes, com μ_1 e μ_2 desconhecidos:
   Hipótese nula: H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
   Estatística de Teste: $X^2 = S_1^2/S_2^2 \underset{H_0}{\cap} F_{(n_1-1, n_2-1)}$

Tabela 9

Hipótese alternativa	Região de Rejeição	*p-value*
H_1: $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$	$[F_{n_1-1,n_2-1;1-\alpha}, +\infty)$	$P(F \geq f_0)$
H_1: $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$	$[0, F_{n_1-1,n_2-1;\alpha}]$	$P(F \leq f_0)$
H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	$[0, F_{n_1-1,n_2-1;\alpha/2}] \cup [F_{n_1-1,n_2-1;1-\alpha/2}, +\infty)$	$2 \times \min\{P(F \leq f_0), P(F \geq f_0)\}$

10. Sobre a proporção, p, de indivíduos de uma população com uma certa característica de interesse e sendo n "grande":
Hipótese nula: H_0: $p = p_0$, sendo p_0 o valor em teste
Estatística de Teste: $Z = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \underset{H_0}{\overset{a}{\cap}} N(0,1)$

Tabela 10

Hipótese alternativa	Região de Rejeição	*p-value*
H_1: $p > p_0$	$[z_{1-\alpha}, +\infty)$	$P(Z \geq z_0)$
H_1: $p < p_0$	$(-\infty, -z_{1-\alpha}]$	$P(Z \leq z_0)$
H_1: $p \neq p_0$	$(-\infty, -z_{1-\alpha/2}] \cup [z_{1-\alpha/2}, +\infty)$	$2 \times P(Z \geq \|z_0\|)$

11. Sobre a diferença de proporções, $p_1 - p_2$, em populações independentes, sendo n_1 *e* n_2 "grandes":
Hipótese nula: H_0: $p_1 - p_2 = p_0$, sendo p_0 o valor em teste
Estatística de Teste: $Z = \dfrac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - p_0}{\sqrt{\overline{p}(1-\overline{p})\left(1/n_1 + 1/n_2\right)}} \underset{H_0}{\overset{a}{\cap}} N(0,1)$

onde $\overline{p} = \dfrac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}$,
x_1 é o n.º de sucessos na amostra (de dimensão n_1) associada à População 1;
x_2 é o n.º de sucessos na amostra (de dimensão n_2) associada à População 2.

Tabela 11

Hipótese alternativa	Região de Rejeição	*p-value*
H_1: $p_1 - p_2 > p_0$	$[z_{1-\alpha}, +\infty)$	$P(Z \geq z_0)$
H_1: $p_1 - p_2 < p_0$	$(-\infty, -z_{1-\alpha}]$	$P(Z \leq z_0)$
H_1: $p_1 - p_2 \neq p_0$	$(-\infty, -z_{1-\alpha/2}] \cup [z_{1-\alpha/2}, +\infty)$	$2 \times P(Z \geq \|z_0\|)$